Tecnicatura Superior en Sistemas Informáticos 1

MATEMÁTICA

Programa Unidad I: Conjuntos. Noción de Conjuntos. Inclusión. Subconjuntos. Conjuntos numéricos. Unión. Intersección. Complemento. Diferencia. Diferencia simétrica. Leyes de De Morgan. Problemas de conteo. Traducción de lenguaje coloquial a notación conjuntista.

Teoría de Conjuntos

NOCION INTUITIVA DE CONJUNTO

Un **conjunto** es la reunión en un todo de objetos bien definidos y diferenciables entre sí, que se llaman elementos del mismo.

Si a es un elemento del conjunto A se denota con la ***relación de pertenencia*** $a \in A$.
En caso contrario, si a no es un elemento de A se denota $a \notin A$.

Ejemplos de conjuntos:

- $\varnothing$: el *conjunto vacío*, que carece de elementos.
- **N**: el conjunto de los *números naturales*.
- **Z**: el conjunto de los *números enteros*.
- **Q** : el conjunto de los *números racionales*.
- **R**: el conjunto de los *números reales*.
- **C**: el conjunto de los *números complejos*.

Se puede *definir* un conjunto:

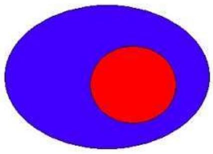
- por *extensión*, enumerando todos y cada uno de sus elementos.
- por *comprensión*, diciendo cuál es la propiedad que los caracteriza.

Un conjunto se suele *denotar* encerrando *entre llaves* a sus elementos, si se define por extensión, o su propiedad característica, si se define por comprensión**.** Por ejemplo:

- $A := \{1,2,3, \dots ,n\}$
- $B := \{p \in \mathbf{Z} \mid p \text{ es par}\}$

* <u>SUBCONJUNTO</u>

Se dice que A está contenido en B (también que A es un ***subconjunto*** de B o que A es una parte de B), y se denota $A \subseteq B$, si todo elemento de A lo es también de B, es decir, $a \in A \Rightarrow a \in B$.



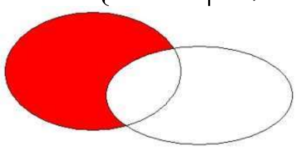
* <u>IGUALDAD DE CONJUNTOS</u>

Dos conjuntos A y B se dicen *iguales*, y se denota $A = B$, si simultáneamente $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$; esto equivale a decir que tienen los mismos elementos (o también la misma propiedad característica).

Cuando en determinado contexto se consideran siempre conjuntos que son partes de uno dado U, se suele considerar a dicho U como ***conjunto universal*** o de referencia.

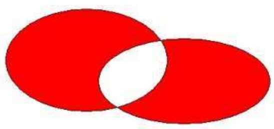
<u>OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS</u>

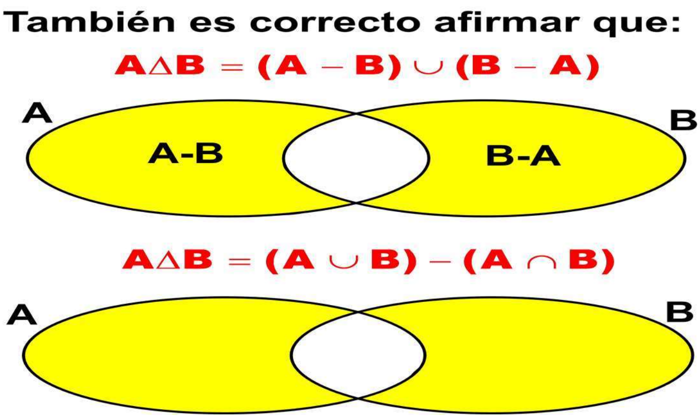
Dados dos conjuntos A y B, se llama **diferencia** al conjunto:
$A - B = \{a \in A \mid a \notin B\}$.



Asimismo, se llama **diferencia simétrica** entre A y B al conjunto:

$A \,\Delta\, B = (A - B) \cup (B - A)$.

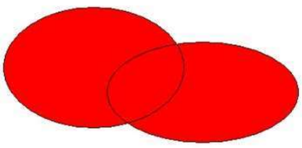




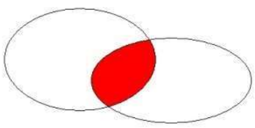
Si consideramos el conjunto Universal “ U” $\Rightarrow$ la diferencia U – A se le llama **complementario** de A respecto de U, y se denota abreviadamente por A' (U se supone fijado de antemano).

* <u>UNIÒN DE CONJUNTOS</u>

Se llama **unión** de dos conjuntos A y B al conjunto formado por objetos que son elementos de A o de B,
es decir: $A \cup B := \{ x \mid x \in A \vee x \in B\}$.



Se llama **intersección** de dos conjuntos A y B al conjunto formado por objetos que son elementos de A y de B,
es decir: $A \cap B := \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$.



En este caso, las llamadas **operaciones booleanas** (unión e intersección) verifican las siguientes *propiedades*:

PROPIEDADES	UNION	INTERSECCION
1.- Idempotencia	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
2.- Conmutativa	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
3.- Asociativa	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
4.- Absorción	$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$
5.- Distributiva	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C$
6.- Complementariedad	$A \cup A' = U$	$A \cap A' = \varnothing$

Estas propiedades hacen que partes de U con las operaciones unión e intersección tenga una estructura de álgebra de Boole.

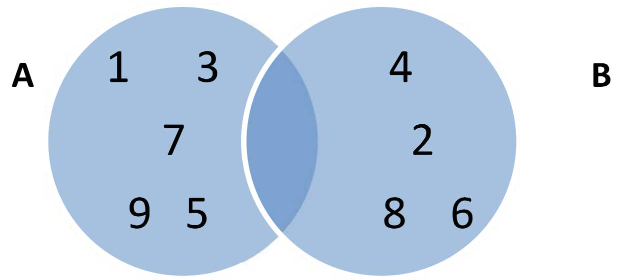
Además de éstas, se verifican también las siguientes propiedades:

- $A \cup \varnothing = A$, $A \cap \varnothing = \varnothing$ (*elemento nulo*).
- $A \cup U = U$, $A \cap U = A$ (*elemento universal*).
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ (*leyes de Morgan*).

CONJUNTOS DISJUNTOS

Dos conjuntos son disjuntos cuando no tienen elementos comunes.

Representación gráfica:



CONJUNTOS ESPECIALES

CONJUNTO VACÍO

Es el conjunto que no tiene elemento, también se le llama conjunto nulo.
Generalmente se lo representa por los símbolos: $\emptyset$ o $\{\ \}$
$A = \emptyset$ o $A = \{\ \}$, se lee “A es el conjunto vacío” o “A es el conjunto nulo”

Ejemplos:

1. $A = \{números\ mayores\ que\ 9\ y\ menores\ que\ 5\}$
2. $B = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{x} = 0\right\}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS

Ejemplos:

Expresar por extensión los siguientes conjuntos

$A = \{x \in \mathbb{N}:\ x^2 - 9 = 0\} = \{3\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z}:\ x^2 - 9 = 0\} = \{-3;\ 3\}$

$C = \{x \in \mathbb{R}:\ x^2 + 9 = 0\} = \emptyset$

$D = \left\{x \in \mathbb{Q}: (3x - 4)\left(x - \sqrt{2}\right) = 0\right\} = \left\{\frac{4}{3}\right\}$

$E = \left\{x \in \mathrm{I}: (3x - 4)\left(x - \sqrt{2}\right) = 0\right\} = \left\{\frac{4}{3}; \sqrt{2}\right\}$

A. Tenemos 3 y -3, pero -3 no es natural (N), entonces queda 3.
B. Los números Z incluyen los N más su viceversa en negativo. Acá es lo mismo que el A más -3.

Mirar NotebookLM 21/03/2026.

Resumen:
C. No es -3 porque al cambiarlo por la x todo se eleva a 2, y menos por menos es más, lo que da 9.
D. La Q es todo número que sea una fracción.
E. La I es todo aquello que no pueda ser una fracción, lo que incluye al número v2 que no podía estar en el punto D.