$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \beta & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Encontrar los valores de α y β para que la ecuación $A \cdot X + X \cdot B = C$ tenga como solución una matriz diagonal X de 2×2.

Matriz diagonal

$$\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$$

2×2

$$AX + XB = C$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \beta & 1 \end{pmatrix} = C$$

$$\begin{pmatrix} x & \alpha y \\ 0 & y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & 0 \\ \beta y & y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x + x & \alpha y + 0 \\ 0 + \beta y & y + y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x & \alpha y \\ \beta y & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2x & \alpha y \\ \beta y & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 14 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$$

$2x = 8$ $\quad$ $\alpha y = 14$

$\beta y = 5$ $\quad$ $2y = 10$

$2 \cdot x = 8$

$x = 8 : 2$

$x = 4$

$2y = 10$

$y = 10 : 2$

$y = 5$

$\alpha \cdot 5 = 14$

$$\boxed{\alpha = \frac{14}{5}}$$

$\beta y = 5$

$\beta 5 = 5$

$\beta = 5 : 5$

$$\boxed{\beta = 1}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

Dada la ecuación matricial $XA + X = B$, donde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, la matriz X es:

$$(A+I)^{-1} = \frac{\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}}{4}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$XA + X = B$$

$$X(A+I) = B$$

$$X\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] = B$$

Invers

inverse

$$X \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$A' \cdot B \cdot C' + A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C' + A \cdot B' \cdot C' + A' \cdot B \cdot C + A' \cdot B' \cdot C'$$

$$A'BC' + A'BC + ABC + ABC' + AB'C' + A'B'C'$$

$$A'B \cdot (C' + C) + AB \cdot (C + C') + B'C'(A + A')$$

$$A'B \cdot 1 + AB \cdot 1 + B'C' \cdot 1$$

$$A'B + AB + B'C'$$

$$B \cdot (A' + A) + B'C'$$

$$B \cdot 1 + B'C'$$

$$B + B'C' = (B + B') \cdot (B + C')$$

$$1 \cdot (B + C')$$

$$B + C'$$

B4

$$X + YZ = (X+Y) \cdot (X+Z)$$

$$\underbrace{x + x'y} = x + y \qquad B4$$

$$(x + x') \cdot (x+y)$$

$$1 \cdot (x+y)$$

$$x+y$$

$$\underbrace{x + xy = x} \quad \text{Ley absorción}$$

Dada la ecuación matricial $AX - CX = B$, donde $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, la matriz X es:

$$Ax - Cx = B$$

$$(A - C)\,x = B$$

$$\left[\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] X = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

mult por la inver

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underset{2\times 2}{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix}} \cdot \underset{2\times 2}{\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}\cdot 4 + 0\cdot 1 & \frac{1}{2}\cdot 8 + 0\cdot 4 \\ \frac{1}{2}\cdot 4 - 1 & \frac{1}{2}\cdot 8 - 4 \end{pmatrix}$$

Sea $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 9\}$ y la relación $R = \{(x, y) \in A \times A : x \cdot y \leq a\}$, donde a es un número natural. ¿Cuál de los siguientes valores de a hacen que R sea reflexiva?

$A = \{ x \in \mathbb{N} : x < 9 \}$ Reflexiva.

$R = \{ (x; y) \in A \times A : x \cdot y \leq a \}$ $a \in \mathbb{N}$

$A = \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 \}$

$= \{ 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 \}$

$1 \cdot 1$ $2 \cdot 2$ $3 \cdot 3$ $4 \cdot 4$ $5 \cdot 5$ $6 \cdot 6$ $7 \cdot 7$ $\underbrace{8 \cdot 8}$

1 4 9 16 25 36 49 $\underbrace{64}$.

$2a + (-6a)$ $\quad 2-6=$

$2a - 6a = -4a$

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2a-b & -4 \\ -6 & a+3b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -6a+2b & 7 \\ 0 & -7a+2b \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$, si $A + B = C$, entonces los valores de a y b son:

$$\underset{A}{\begin{pmatrix} 2a-b & -4 \\ -6 & a+3b \end{pmatrix}} + \underset{B}{\begin{pmatrix} -6a+2b & 7 \\ 0 & -7a+2b \end{pmatrix}} = \underset{C}{\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}}$$

$$\begin{pmatrix} 2a - 1b + (-6a) + 2b & -4+7 \\ -6+0 & a+3b+(-7a)+2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -4a+b & 3 \\ -6 & -6a+5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -4a+b & 3 \\ -6 & -6a+5b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$$

$-4a+b=4$

$b=\boxed{4+4a}$

$-6a+5b=6$

$5b=6+6a$

$b=\boxed{\dfrac{6+6a}{5}}$

Sistema de 2 ecuac. con 2 incógnit.

$4+4a=\dfrac{6+6a}{5}$

$(4+4a)\cdot 5 = 6+6a$

$20+20a = 6+6a$

$20a-6a = 6-20$

$14a = -14$

$a = -14 : 14 \Rightarrow a = -1$

$b = \dfrac{6+6\cdot(-1)}{5}$

$b = \dfrac{6-6}{5} = 0$

$$\boxed{\begin{matrix} a=-1 \\ b=0 \end{matrix}}$$

$A = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$

Sea $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 70\}$. Se definen las relaciones $R_1 = \{(x,y) \in A \times A : x + y \leq 9\}$ y $R_2 = \{(x,y) \in A \times A : x \leq y\}$. Calcular $|R_1 \cap R_2|$.

$x^2 < 70$

$|x| < \sqrt{70}$

$R_1 = \{(1;1)\ (1;2)\ (1;3)\ (1;4)$
$(1;5)\ (1;6)\ (1;7)\ (2;1)$
$(2;2)\ (2;3)\ (2;4)\ (2,5)$
$(2;6)\ (3;1)\ (3;2)\ (3;3)$
$(3;4)\ (3;5)\ (4;1)\ (4;2)$
$(4;3)\ (4;4)\ (5;1)\ (5;2)$
$(5;3)\ (6;1)\ (6;2)\ (7;1)$
$(8;1)\ (1;8)\ (2;7)\ (3;6)$
$(4;5)\ (5;4)\ (6;3)\ (7;2)\}$

$R_2 = \{(1;1)\ (1;2)\ (1;3)\ (1;4)$
$(1;7)\ (1;8)$
$(1;5)\ (1;6)$
$(2;2)\ (2;3)\ (2;4)\ (2;5)$
$(2;6)\ (2;7)\ (2;8)$
$(3;3)\ (3;4)\ (3;5)\ (3;6)$
$(4;4)\ (4;5)\ (4;6)$
$(3;7)\ (3;8)$
$(4;7)\ (4;8)\ (5;5)\ (5;6)\ (5;7)$
$(5;8)\ (6;6)\ (6;7)\ (6;8)\ (7;7)\ (7;8)\ (8;8)\}$

20

Sea $\mathcal{U}$ un conjunto universal con $|\mathcal{U}| = 30$. Dados los subconjuntos P, Q y R de $\mathcal{U}$ tales que $|P| = 10$, $|Q| = 12$, $|R| = 6$, $|P \cap Q| = 5$ y $|(P\Delta Q) \setminus R| = 7$, calcular $|(P\Delta Q) \cup R^c|$.

$$|(P\Delta q)\cup R^c| = |P\Delta q| + |R^c| - |(P\Delta q)\cap R^c| \qquad |P\cup q| = |P| + |q| - |P\cap q|$$

$$|(P\Delta q)\cup R^c| = 12 + 24 - 7$$

$$= 29$$

$$\boxed{|(P\Delta q)\cup R^c|}$$

$|U| = 30$

$|P| = 10$

$|q| = 12$

$|R| = 6$

$|P\cap q| = 5$

$|(P\Delta q)\setminus R| = 7$

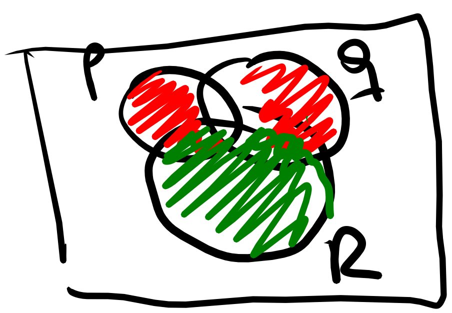
$|R^c| = 24$

$$|(P\Delta q)| = |(P\cup q)| - |(P\cap q)|$$

$$= |P| + |q| - |P\cap q| - |(P\cap q)|$$

$$|(P\Delta q)| = 10 + 12 - 5 - 5$$

$$|P\Delta q| = 12$$



Sean $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, B y C matrices de 2×2, con B inversible. Sabiendo que $BC = A$, determinar una solución de la ecuación

$$B^2Cx = Bx \quad (x \text{ matriz de } 2 \times 1)$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 - 3 \\ 1 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$B^2 C x = B x$$

$$B . \underbrace{B . C}\, x = B x$$

$$B A x = B x$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{BC = A}$$

$$B^{-1} . B A x = B^{-1} B x$$

$$B^{-1}$$

$$A x = x$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4x - 3y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$4x - 3y = x$ $\qquad$ $x = y$

$4x - 3x = x$

$\boxed{x = x}$ infinitas soluciones