Álgebra de Boole

$B \to$ conjunto

$\vee \to$ supremo

$\wedge \to$ ínfimo

operaciones binarias

$'$ $\to$ complemento $\to$ operación unaria

$0 \to$ primer elemento

$1 \to$ último elemento

$(B, \vee, \wedge, ', 0, 1)$ cumplen con las Prop.

Se dice que es un álgebra de Boole

Propiedades

B1) $x \vee y = y \vee x$ conmutatividad del supremo

B2) $x \wedge y = y \wedge x$ conmutatividad del ínfimo

B3) $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$ Distributiva "$\wedge$" con respecto al supremo

B4) $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$ Distributiva "$\vee$" con respecto al ínfimo

B5) $x \vee 0 = x$ elemento neutro del supremo

B6) $x \wedge 1 = x$ Elemento neutro del ínfimo

B7) $x \vee x' = 1$ complemento del supremo

B8) $x \wedge x' = 0$ complemento de ínfimo

G

$P(G) \rightarrow$ conjuntos de partes.

$(P(G), \cup, \cap, {}^c, \emptyset, G)$ *

$\vee = \cup$ unión de conjuntos

$\wedge = \cap$ intersección de conj.

$' = {}^c$ complemento en conjuntos

$0 = \emptyset$

$1 = G$

B1) $x \cup y = y \cup x$

B2) $x \cap y = y \cap x$

B3) $x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$

B4) $x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap (x \cup z)$

B5) $x \cup \emptyset = x$

B6) $x \cap G = x$

B7) $x \cup x' = 1$

B8) $x \cap x' = \emptyset$

* cumple con las prop. es un alg. de Boole.

" $\vee$ " supremo = " $+$ "

" $\wedge$ " infimo = " $\bullet$ "

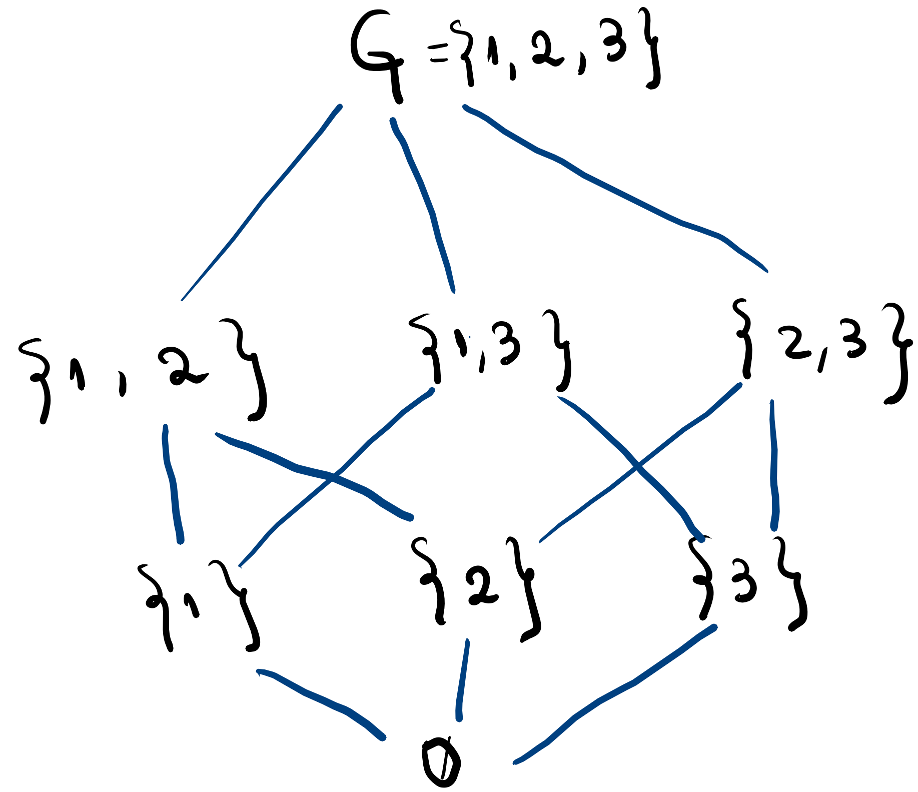
Propiedades		Mismas propiedades, otra manera de escribirlas
(B1)	$x \vee y = y \vee x$	$x + y = y + x$
(B2)	$x \wedge y = y \wedge x$	$xy = yx$
(B3)	$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	$x(y + z) = xy + xz$
(B4)	$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$	$x + (yz) = (x + y)(x + z)$
(B5)	$x \vee 0 = x$	$x + 0 = x$
(B6)	$x \wedge 1 = x$	$x1 = x$
(B7)	$x \vee x' = 1$	$x + x' = 1$
(B8)	$x \wedge x' = 0$	$xx' = 0$

Diagrama de Hasse

$2^3 = 8$

$G = \{1, 2, 3\}$

$P(G) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2;3\}, \{1,2,3\}\}$



Asociativa

- $x+(y+z) = (x+y)+z$
- $x(yz) = (xy)z$

Ley de idempotencia

- $x+x = x$ $\quad xx = x$

Ley de Acotación

- $x+1 = 1$ $\quad x0 = 0$

Ley de Absorción

- $x+(xy) = x$
- $x(x+y) = x$

Ley involutiva

- $(x')' = x$

Leyes de De Morgan

- $(x+y)' = x'y'$
- $(xy)' = x'+y'$

1 a) $A + (AC) = (A + A)(A + C)$

B4

$(A + A)(A + C) = (A + A)(A + C)$ ✓ verdadero

b) $\overline{AB + 0} = AB$

B5

$AB = AB$ verdadero.

c) $CB1 = CB$

B6

$CB = CB$ verdadero

Mismas propiedades, otra manera de escribirlas	
B1	$x + y = y + x$
B2	$xy = yx$
B3	$x(y + z) = xy + xz$
B4	$x + (yz) = (x + y)(x + z)$
B5	$x + 0 = x$
B6	$x1 = x$
B7	$x + x' = 1$
B8	$xx' = 0$

7) $x + xy + x(x+y) =$

Ley de absorción

$x + xx + xy$ = Prop distrib

$x + x + xy$

idempotenc.

$x + xy = x$

absorción

Mismas propiedades, otra manera de escribirlas	
B1	$x + y = y + x$
B2	$xy = yx$
B3	$x(y+z) = xy + xz$
B4	$x + (yz) = (x+y)(x+z)$
B5	$x + 0 = x$
B6	$x1 = x$
B7	$x + x' = 1$
B8	$xx' = 0$

$x + xy + x(x+y)$ absorción

absorción

$x + x$

idempotencia

x

Asociativa

- $x + (y+z) = (x+y) + z$
- $x(yz) = (xy)z$

Ley involutiva

- $(x')' = x$

Ley de idempotencia

- $x + x = x$ $\quad xx = x$

Leyes de De Morgan

- $(x+y)' = x'y'$
- $(xy)' = x' + y'$

Ley de Acotación

- $x + 1 = 1$ $\quad x0 = 0$

Ley de Absorción

- $x + (xy) = x$
- $x(x+y) = x$

b) $x' + \left[(\boxed{x x'})' \right] =$ B8) $x x' = 0$

$x' + 0' =$ B8 $\longrightarrow$ complemento

$x' + 1 = \boxed{1}$ $\longrightarrow$ Ley de acotación

c) $x \underbrace{(y + x')'} =$ Leyes de Morgan

$x \; y' (x')' =$ Ley involutiva

$x \; y' \; x$ conmutativa

$x x y'$ $\xrightarrow{\text{Idempotencia}}$ $\boxed{xy'}$