



Universidad Tecnológica Nacional

Matemática 1

§ Práctica 1. Conjuntos

1. Dado el conjunto $A = \{1, 2, 3\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- a) $1 \in A$ Verdadero
- b) $\{1\} \subseteq A$ Verdadero
- c) $\{2, 1\} \subseteq A$ Verdadero
- d) $\{1, 3\} \in A$ Falso
- e) $\{2\} \in A$ Falso

2. Dado el conjunto $A = \{1, 2, \{3\}, \{1, 2\}\}$, determinar cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- a) $3 \in A$ Falso
- b) $\{3\} \subseteq A$ Falso
- c) $\{3\} \in A$ Verdadero
- d) $\{\{3\}\} \subseteq A$ Verdadero
- e) $\{1, 2\} \in A$ Verdadero
- f) $\{1, 2\} \subseteq A$ Verdadero
- g) $\{\{1, 2\}\} \subseteq A$ Verdadero
- h) $\{\{1, 2\}, 3\} \subseteq A$ Falso
- i) $\emptyset \in A$ Falso

j) $\emptyset \subseteq A$ Verdadero

k) $A \in A$ Falso

l) $A \subseteq A$ Verdadero

3. Determinar si $A \subseteq B$ en cada uno de los siguientes casos.

a) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$ Sí

b) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, \{3\}, -3\}$ No

c) $A = \{x \in \mathbb{R} : 2 < |x| < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 3\}$ No

d) $A = \{\emptyset\}$, $B = \emptyset$ No

4. Sean A y B los siguientes conjuntos:

$$A = \{k \in \mathbb{N} : 3 \leq 2+5k \leq 20\}, B = \{k \in \mathbb{N} : 3 \leq 2+k \leq 20\}$$

¿Es cierto que $A \subseteq B$?

Sí, es cierto.

$$\begin{array}{ll} A \rightarrow 3 \leq 2 + 5k \leq 20 & \\ 3 \leq 2 + 5k & 2 + 5k \leq 20 \\ \frac{3-2}{5} \leq k & k \leq \frac{20-2}{5} \\ \frac{1}{5} \leq k & k \leq \frac{18}{5} \\ \left[\frac{1}{5}; +\infty \right) & \left(-\infty; \frac{18}{5} \right] \end{array}$$

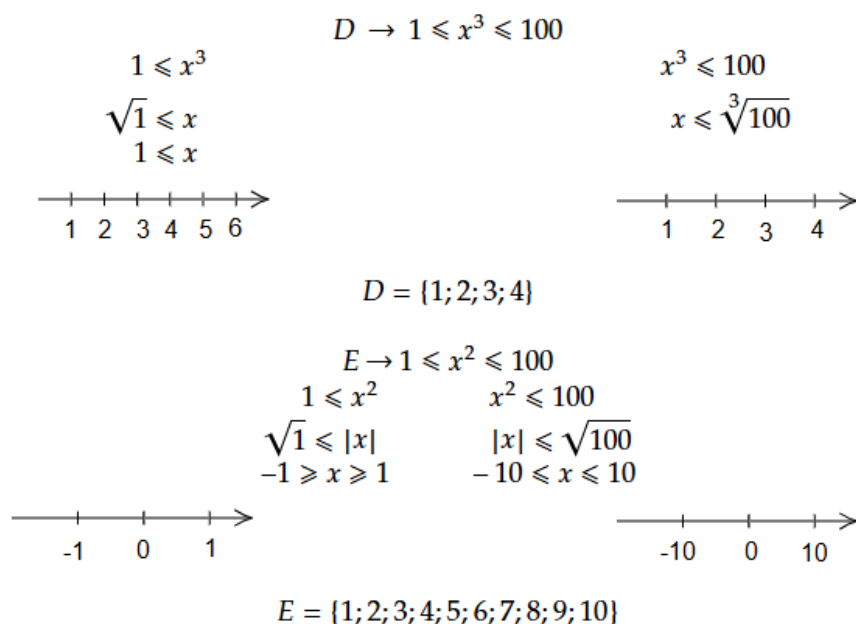
$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$\begin{array}{ll} B \rightarrow 3 \leq 2 + k \leq 20 & \\ 3 \leq 2 + k & 2 + k \leq 20 \\ 3 - 2 \leq k & k \leq 20 - 2 \\ 1 \leq k & k \leq 18 \\ [1; +\infty) & (-\infty; 18] \end{array}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

5. Mostrar que el conjunto $D = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x^3 \leq 100\}$ está incluido en el conjunto $E = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x^2 \leq 100\}$

Recordar!! Números negativos y decimales no son parte de \mathbb{N}



6. ¿Qué relaciones de inclusión se verifican entre los siguientes conjuntos?

F : conjunto de números de cuatro cifras donde dos por lo menos son ceros=

X X 0 0

X 0 0 0

0 0 0 0

G : conjunto de números de cuatro cifras donde una por lo menos es cero.

X 0 0 0

X X X 0

X X 0 0

H : conjunto de números de cuatro cifras dos de las cuales son ceros y las restantes diferentes de cero.

X X 0 0

Respuesta: $H \subset F \subset G$

7. Sean I, J y K los siguientes conjuntos:

$$I = \{\{7, 8\}, \{2, 3, 4\}, \{9, 10\}\}$$

$$J = \{7, 8, 2, 3, 4, 9, 10\}$$

$$K = \{\{7\}, \{8\}, \{2\}, \{3\}, \{9\}, \{10\}\}$$

a) ¿Es correcto escribir $I = J = K$?

No, no es correcto, ya que los conjuntos no tienen los mismos elementos.

b) Determinar cuáles de las siguientes expresiones es la correcta:

a) $\{7, 8\} \in I$ ✓

b) $\{7, 8\} \subseteq I$ ✗

c) $\{7, 8\} \in J$ ✗

d) $\{7, 8\} \subseteq J$ ✓

e) $\{7, 8\} \in K$ ✗

f) $\{7, 8\} \subseteq K$ ✗

g) $\{7\} \in I$ ✗

h) $\{7\} \in J$ ✗

i) $\{7\} \in K$ ✓

j) $\{7\} \subseteq I$ ✗

k) $\{7\} \subseteq J$ ✓

l) $\{7\} \subseteq K$ ✗

8. Sea A un conjunto y sea $B \in A$; si $C \subseteq B$, ¿es correcto escribir $C \subseteq A$?

No, es incorrecto.

9. Sean $A = \{1\}$ y $B = \{\{1\}\}$, determinar cuáles de las siguientes expresiones son correctas:

a) $1 \in A$ ✓

b) $1 \in B$ ✗

c) $\{1\} \subseteq A$ ✓

d) $\{1\} \in B$ ✓

e) $\{\{1\}\} \subseteq A$ ✗

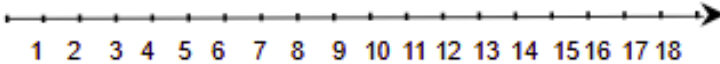
10. Sean $A = \{\{1, 2, 3\}, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{2, 3, 4\}$ y $D = \{\{2, 3\}, 1, 5\}$.

Hallar $A \cup B$, $A \cup C$ y $A \cup D$.

- $A \cup B = \{\{1, 2, 3\}, 1, 2, 3\}$
- $A \cup C = \{\{1, 2, 3\}, 1, 2, 3, 4\}$
- $A \cup D = \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3\}, 1, 5\}$

11. Sean $A = \{x \in \mathbb{N} : 10 \leq x^2 \leq 300\}$ y $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq 3x - 2 \leq 30\}$.

Hallar $A \cap B$.

$$\begin{aligned}
 A &\rightarrow 10 \leq x^2 \leq 300 \\
 10 &\leq x^2 & x^2 &\leq 300 \\
 x^2 &\geq 10 & |x| &\leq \sqrt{300} \\
 |x| &\geq \sqrt{10} & -\sqrt{300} &\leq x \leq \sqrt{300} \\
 -\sqrt{10} &\geq x \geq \sqrt{10} & \sqrt{300} &\approx 17,32 \\
 x &\geq \sqrt{10} & \text{como } x \in \mathbb{N} &\Rightarrow 1 \leq x \leq 17 \\
 \sqrt{10} &\approx 3,16 \\
 \text{como } x \in \mathbb{N} &\Rightarrow x \geq 4
 \end{aligned}$$


$$\Rightarrow A = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 17\}$$

$$\begin{aligned}
 B &\rightarrow 1 \leq 3x - 2 \leq 30 \\
 1 &\leq 3x - 2 & 3x - 2 &\leq 30 \\
 1 + 2 &\leq 3x & 3x &\leq 30 + 2 \\
 \frac{3}{3} &\leq x & x &\leq \frac{32}{3} \\
 1 &\leq x & x &\leq 10,6 \\
 \text{como } x \in \mathbb{N} &\Rightarrow x \leq 10
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow B = \{x \in \mathbb{N} : 1 \leq x \leq 10\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 10\}$$

12. Sean $F = \{\{x, y\} : x, y \in \mathbb{N}, x + y = 10\}$ y $G = \{\{x, y\} : x, y \in \mathbb{N}, x - y = 3\}$.
Hallar $F \cap G$.

$$F = \{\{1;9\};\{2;8\};\{3;7\};\{4;6\};\{5;5\};\{6;4\};\{7;3\};\{8;2\};\{9;1\}\}$$

$$G = \{\{4;1\};\{5;2\};\{6;3\};\dots\}$$

F contiene elementos finitos y G, infinitos.

Ninguno de los dos elementos de F cumple con $x-y=3$, por lo tanto, $F \cap G = \emptyset$

13. Sean $C = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es múltiplo de } 2\}$, $D = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es múltiplo de } 5\}$.

Hallar $C \cap D$.

$$C \cap D = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es múltiplo de } 10\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es múltiplo de } 2\} = \{x, k \in \mathbb{Z} : x = k \cdot 2\}$$

$$D = \{x, k \in \mathbb{Z} : x = k \cdot 5\}$$

$$C \cap D = \{x, k \in \mathbb{Z} : x = k \cdot 10\}$$

10 es múltiplo de 2 y 5, por lo tanto, cualquier múltiplo de 10 será múltiplo de 2 y 5.

14. Sean $A = \{2, 3, 5, 7, 8\}$, $B = \{3, 5, 1\}$, $C = \{7, 9\}$ y $D = \{9, 4, 1\}$.

Hallar:

a) $(A \cap B) \cup (C \cap D) = \{3;5;9\}$

$$A \cap B = \{3;5\}$$

$$C \cap D = \{9\}$$

b) $(B \cup C) \cap A = \{3;5;7\}$

$$B \cup C = \{3;5;1;7;9\}$$

c) $(A \cap D) \cup A \cup B = \{2;3;5;7;8;1\}$

$$(A \cap D) = \emptyset$$

15. Sean $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{7, 3, 4, 2, 1\}$, $C = \{5\}$ y $D = \{2, 9, 7\}$.

Hallar:

a) $(B \setminus A) \cup C = \{3;4;2;5\}$

$$B \setminus A = \{3;4;2\}$$

b) $(B \setminus A) \setminus (C \cup D) = \{3;4\}$

$$C \cup D = \{5;2;9;7\}$$

$$\text{c) } (A \cup B) \setminus (D \cup C) = \{1;3;4\}$$

$$A \cup B = \{1;5;7;3;4;2\}$$

$$C \cup D = D \cup C$$

$$\text{d) } A \cup (B \setminus D) = \{1;5;7;3;4\}$$

$$B \setminus D = \{3;4;1\}$$

16. Dados los subconjuntos

$$A = \{1, -2, 7, 3\}, B = \{1, \{3\}, 10\} \text{ y } C = \{-2, \{1, 2, 3\}, 3\}$$

del conjunto referencial $U = \{1, \{3\}, -2, 7, 10, \{1, 2, 3\}, 3\}$, hallar

$$\text{a) } A \cap (B \Delta C) = \{1; -2; 3\}$$

$$B \Delta C = \{1; \{3\}; 10; -2; \{1; 2; 3\}; 3\}$$

$$\text{b) } (A \cap B) \Delta (A \cap C) = \{1; -2; 3\}$$

$$A \cap B = \{1\}$$

$$A \cap C = \{-2; 3\}$$

$$\text{c) } A^c \cap B^c \cap C^c$$

$$A^c \cap B^c \cap C^c = \emptyset$$

$$A^c = \{\{3; 10; \{1; 2; 3\}\}$$

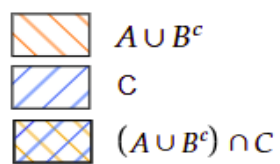
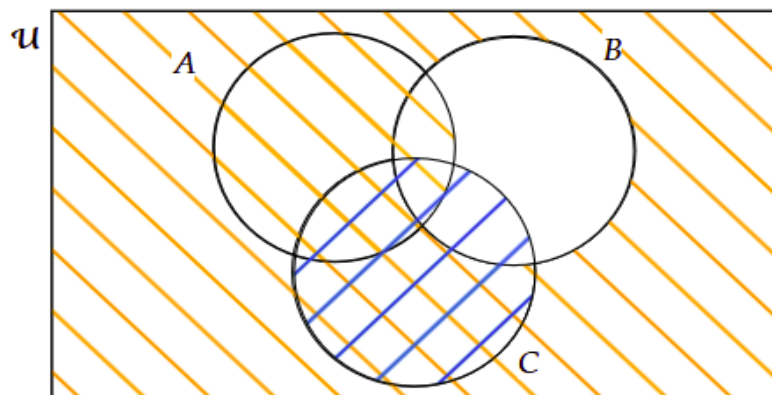
$$B^c = \{-2; 7; \{1; 2; 3\}; 3\}$$

$$C^c = \{1; \{3\}; 7; 10\}$$

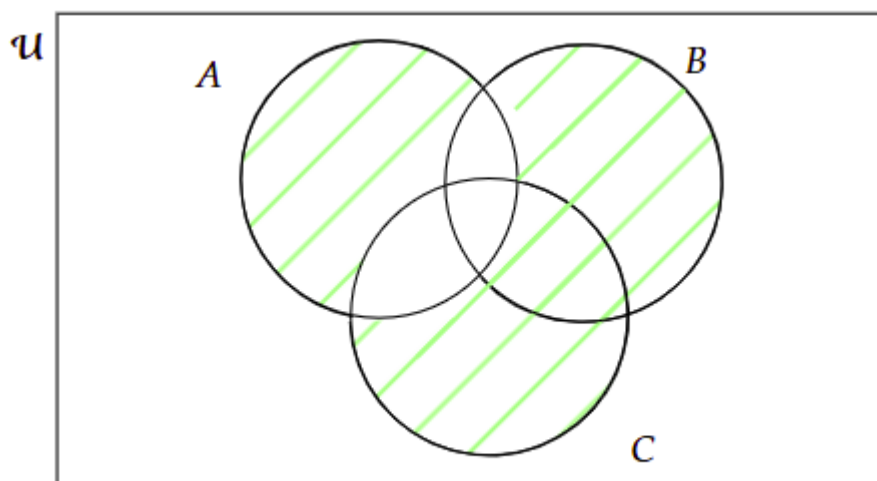
$$A^c \cap B^c = \{\{1; 2; 3\}\}$$

17. Sean A, B y C conjuntos. Representar en un diagrama de Venn.

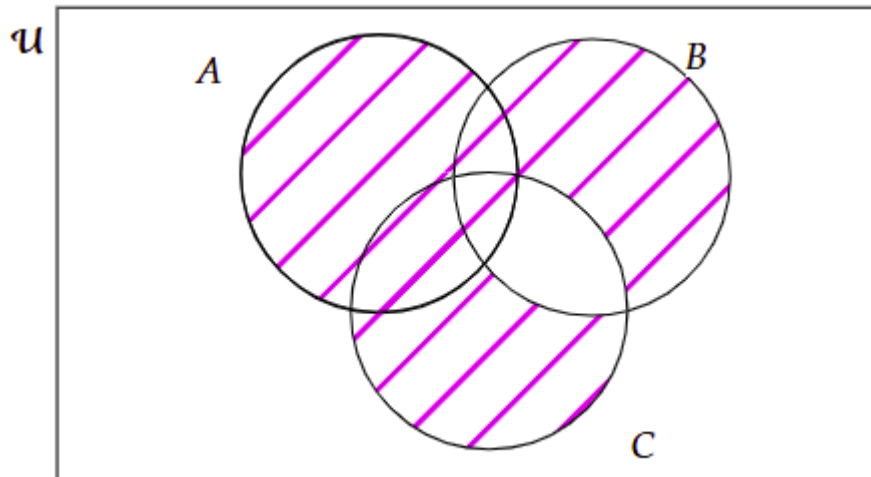
$$\text{a) } (A \cup B^c) \cap C$$



b) $A \Delta (B \cup C)$



c) $A \cup (B \Delta C)$



18. Hallar el conjunto de partes de A , $\mathcal{P}(A)$, en los casos:

a) $A = \{1\}$

b) $A = \{a, b\}$

c) $A = \{1, \{1, 2\}, 3\}$

d) $A = \emptyset$

a) $A = \{1\}$

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset; \{1\}\}$$

b) $A = \{a; b\}$

$$\mathcal{P}(A) = [\emptyset; \{a\}; \{b\}; \{a; b\}]$$

c) $A = \{1; \{1; 2\}; 3\}$

$$\mathcal{P}(A) = [\emptyset; \{1\}; \{3\}; \{1; 3\}; \{\{1; 2\}\}; \{1\{1; 2\}\}; \{\{1; 2\}; 3\}; \{1; \{1; 2\}; 3\}]$$

d) $A = \emptyset$

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset\}$$