Universidad Tecnológica Nacional

Matemática 1

Respuestas Práctica Matrices – Ejercicios 12 al 19

12) $\begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & 1/q \end{bmatrix}^2 - 2\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} p^2 & 0 \\ 0 & 1/q^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p^2 - 2 & 0 \\ 0 & 1/q^2 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$p^2 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad p = \pm\sqrt{2}$

$$q \neq 0 \rightarrow 1/q^2 - 2 = 0 \rightarrow 1/q^2 = 2 \rightarrow 1/2 = q^2 \rightarrow q = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

13) $X.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

$$X.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$X.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X.\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{2}{3} \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Inversa:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}{3} = \begin{pmatrix} 1 & -2/3 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

14)

- $X = \begin{bmatrix} 7/3 & 1 \\ 4/3 & -1/3 \end{bmatrix}$
- $Y = \begin{bmatrix} 2/3 & 1 \\ -1/3 & 1/3 \end{bmatrix}$

15) Una matriz nilpotente es una matriz cuadrada que, al elevarla a una potencia entera positiva suficiente, da como resultado la matriz nula. La potencia mínima requerida para que esto suceda se conoce como su índice de nilpotencia, que es siempre menor o igual que el orden de la matriz. Por lo tanto, una matriz nilpotente tiene como característica que todos sus valores propios son cero y su determinante también es cero.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

K = 3

16) A = $\begin{bmatrix} \alpha & -3 \\ 4 & 1-\alpha \end{bmatrix}$ una matriz no es inversible cuando su determinante es igual a cero, así que buscamos la determinante de la matriz A e igualamos a cero para encontrar los valores de α.

$$det(A) = \alpha(1-\alpha) - 4.(-3) = -\alpha^2 + \alpha + 12$$

$$-\alpha^2 + \alpha + 12 = 0$$

La matriz A no es inversible para los valores de : $\alpha = -3 , \alpha = 4$

17)

a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

b) No existe la inversa de la matriz A.

c) A^{-1} = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

d) No existe la inversa de la matriz A.

e) No existe la inversa de la matriz A.

18) A, B, C son inversibles entonces

$|A| \neq 0$

$|B| \neq 0$

$|C| \neq 0$

$|A.B.C| = |A|.|B|.|C| \neq 0 \Longrightarrow$ A.B.C es inversible

$(ABC)^{-1} = C^{-1}.(A.B)^{-1} = C^{-1}.B^{-1}.A^{-1}$

19)

Calculemos paso a paso la inversa de la matriz que llamaremos A = $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

- Paso 1: Calculamos el determinante

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - c.b \neq 0$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = 3.(-3) - (-2.4) = -1$$

- Paso 2: $\begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

- Paso 3: $\frac{\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}}{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

Entonces:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} = A$$